

## ОПТИМАЛЬНЫЙ ПО РАСХОДУ ТОПЛИВА АЛГОРИТМ РАЗВОРОТА МКС С ПОМОЩЬЮ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ ПО НАГРУЗКАМ НА КОНСТРУКЦИЮ

С.Н. Атрошенко<sup>1</sup>

atroshekov52@mail.ru

В.Н. Платонов<sup>1</sup>

valery.platonov@rsce.ru

Ф.В. Губарев<sup>2</sup>

fedor.gubarev@datadvance.net

А.А. Саратов<sup>2</sup>

anton.saratov@datadvance.net

<sup>1</sup> ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва», г. Королёв, Московская обл.,  
Российская Федерация

<sup>2</sup> ООО «ДАТАДВАНС», Москва, Российская Федерация

---

### Аннотация

Приведен алгоритм разворота МКС, разработанный для использования в системе управления движением и навигации российского сегмента станции. Решена задача оптимального управления угловым движением упругого объекта с импульсным управлением в поле внешних сил и с ограничениями по нагрузкам в критических интерфейсах конструкции. Постановка задачи оптимального управления, редукция упругой модели МКС, подготовка исходных данных выполнены в ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва». Моделирование динамики редуцированного упругого объекта, постановка и решение соответствующих оптимизационных задач — в ООО «ДАТАДВАНС». Решение верифицировано специалистами ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» с использованием собственных методик. Показано, что по сравнению с лучшими существующими методами предложенный алгоритм в 2 раза более эффективен по расходу топлива и позволяет на порядок сократить число включений ракетных двигателей российского сегмента МКС

### Ключевые слова

*Упругие колебания конструкции МКС, критические интерфейсы конструкции, упругие нагрузки, реактивные двигатели, оптимальный по расходу топлива разворот*

Поступила в редакцию 01.12.2016  
© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017

---

**Введение.** Интегрированная система управления движением и навигацией (СУДН) МКС состоит из СУДН российского и американского сегментов (РС и АС) МКС. Программа полета МКС предусматривает периодическое выполнение разворотов на большие углы (например, для стыковок и расстыковок транспортных кораблей с МКС). Развороты выполняются с использованием реактивных двигателей (РД) РС. При этом возникает проблема соблюдения ограничений по предельно допустимым нагрузкам в критических интерфейсах конструкции МКС, вызванным упругими колебаниями конструкции под воздействием включений РД. В настоящее время развороты МКС выполня-

ются двумя способами, учитывающими ограничения по нагрузкам на ее конструкцию.

При первом способе разворота МКС выполняются с помощью бортовых алгоритмов служебного модуля (СМ) и двигателей ориентации (ДО) РС. Разворот проводится вокруг оси Эйлера на угол конечного поворота. В целях ограничения упругих колебаний конструкции МКС и нагрузок на конструкцию разворот разбивается на равные временные интервалы, в каждом из которых допускаются включения РД по фиксированной циклограмме-шаблону. Этот шаблон на включения/выключения ДО был разработан американской стороной и получил название «Pulse-Train».

Расходы топлива на развороты МКС зависят от набора используемых ДО. Например, при наличии в составе МКС транспортно-грузового корабля (ТГК) «Прогресс», состыкованного с узлом стыковочного отсека (СО<sub>1</sub>), для управления угловым движением МКС с помощью СУДН РС выбирается следующая комбинация РД МКС (по согласованной с НАСА терминологией набор РД MRn2c1\_SM11): для управления по каналам рыскания и тангажа — по одному ДО СМ; для управления по каналу крена — по два ДО ТГК «Прогресс» плюс по одному ДО СМ для компенсации момента по рысканию при включении ДО ТГК. В таком случае численное моделирование показывает, что при развороте МКС на угол  $\sim 180^\circ$  вокруг оси  $Y$  СМ по первому способу расход топлива составляет около 80 кг при большом числе включений ДО.

Для разгрузки силовых гиродинов (СГ или СМГ) АС МКС используются ДО РС, включаемые по циклограмме, задаваемой АС. В настоящее время эта циклограмма (Thruster pattern) состоит из пяти импульсных включений ДО, разнесенных по времени в целях ограничения нагрузки на конструкцию МКС. Длительность интервала времени на выполнение пяти импульсов ДО равна 23 с. Используя согласованный механизм разгрузки, АС имеет возможность управлять ДО РС, фиксируя при этом СГ в инерциальной системе координат (ИСК). Описанный способ использования РД РС под управлением АС называется US Thrusters Only (USTO).

Второй способ разворота МКС на большие углы выполняется под управлением GN&C АС и состоит из предварительного расчета на Земле траектории оптимального по расходу топлива разворота МКС и ее последующей отработки на борту МКС под управлением АС в режиме разгрузки СГ по циклограмме Thruster pattern.

В 2012 г. американская сторона завершила разработку способа оптимального по расходу топлива разворота МКС на большие углы. Решена задача расчета оптимальной траектории разворота МКС как твердого тела под влиянием моментов внешних сил, т. е. гравитации, воздействия атмосферы. Задача оптимального управления была решена с использованием коммерческого пакета программ DIDO. Решением является оптимальная траектория разворота, т. е. графики компонент кватерниона разворота МКС относительно орбитальной системы координат (ОСК) и угловой скорости МКС. Оси ОСК определены следующим

образом: ось  $Y$  направлена вдоль радиуса-вектора из центра Земли в центр масс (ЦМ) МКС, ось  $Z$  — против вектора орбитальной угловой скорости МКС, ось  $X$  дополняет тройку до правой и в случае круговой орбиты направлена вдоль вектора линейной скорости ЦМ МКС.

Рассчитанная траектория разворота была разбита на интервалы по 100 с. Компоненты кватерниона разворота МКС относительно ОСК для каждого интервала передавались на борт МКС в виде командного массива. На каждом интервале разворот МКС из текущей ориентации в целевую выполнялся по вектору конечного поворота. Двигатели РС включались в режиме разгрузки СГ с использованием шаблона Thruster pattern, что обеспечивало допустимый уровень нагрузок в критических интерфейсах конструкции МКС и было подтверждено моделированием группой нагрузок НАСА для разных конфигураций МКС и для разных допустимых наборов ДО МКС.

Отметим, что второй способ разворотов МКС, получивший название разворот ОРМ (Optimal Propellant Maneuver), был успешно внедрен НАСА, но только для одного типа разворотов, а именно для разворота МКС на угол  $\sim 180^\circ$  вокруг оси  $Y$  СМ и обратно. Оба разворота выполняются за фиксированное время 5500 с. В период с 2 августа 2012 г. по 31 декабря 2015 г. было выполнено 29 разворотов ОРМ. При этом расход топлива для одного разворота МКС составил 10...12 кг при 200–250 включений ДО. Такой способ используется в основном при проведении разворотов МКС перед стыковкой ТГК на узел АО СМ и после нее, а также при расстыковке ТГК от узла АО СМ.

Российские специалисты также проводят работы по оптимальному развороту МКС. Ожидаемые преимущества разрабатываемых алгоритмов состоят в учете нагрузок на конструкцию МКС при определении последовательностей включений ДО, в сокращении числа включений ДО и сокращении расхода топлива по сравнению с оптимальными разворотами ОРМ АС. Это достигается использованием различных последовательностей включений ДО, содержащих наряду с импульсными (длительностью  $\sim 200$  мс) включениями также и включения с длительностями до десятков секунд. Алгоритм ОРМ АС имеет возможность запрашивать включение ДО РС только по схеме разгрузки. Далее в тексте статьи создаваемые российской стороной алгоритмы оптимального разворота МКС именуется ОРМ РС. Кроме того, термин «скорость» по умолчанию означает «угловая скорость».

В настоящей статье приведены работы по одному из алгоритмов ОРМ РС. Представлены постановка задачи, методы подготовки исходных данных, метод решения и сценарии оптимального управления для шести характерных разворотов МКС и двух сборок МКС. Поиск оптимальных траекторий движения и функций управления для каждого разворота состоял из подготовки пакета исходных данных (ИД), нахождения и верификации решения. Все работы выполнялись в ООО «ДАТАДВАНС» и ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» с использованием собственных методик.

**Постановка задачи оптимального управления ОРМ РС.** Введем следующие обозначения:

$\mathbf{Qb}$  — собственный кватернион разворота от осей ОСК к текущему положению связанной системы координат (ССК) СМ;

$\boldsymbol{\omega}$  — вектор абсолютной угловой скорости МКС относительно ИСК J2000, спроектированный на оси ССК СМ;

$\boldsymbol{\omega}_{orb}$  — вектор угловой скорости движения ОСК относительно ИСК, т. е. скорости орбитального движения ЦМ МКС, спроектированный на оси ССК СМ;

$\mathbf{w} = [0, \boldsymbol{\omega}]$  и  $\mathbf{w}_{orb} = [0, \boldsymbol{\omega}_{orb}]$  — расширения векторов  $\boldsymbol{\omega}$  и  $\boldsymbol{\omega}_{orb}$  до кватернионов;

$\{ \mathbf{Qb}(t), \boldsymbol{\omega}(t) \}$  — траектория разворота твердого тела — вектор-функция-столбец из семи компонентов на интервале  $[t_0, t_F]$ , где  $t_0$  — момент начала разворота,  $t_F$  — момент окончания разворота;

$\{ \mathbf{Qb}_0, \boldsymbol{\omega}_0 \}$  — начальная ориентация и скорость МКС относительно ОСК в момент  $t_0$ ;

$\{ \mathbf{Qb}_F, \boldsymbol{\omega}_F \}$  — целевая ориентация и скорость МКС относительно ОСК в момент  $t_F$ ;

$\mathbf{J}$  — тензор инерции МКС в ССК, оси которой параллельны осям ССК СМ, а начало ССК — в ЦМ МКС;

$N_{ДО}$  — число РД объединенной двигательной установки (ОДУ) МКС, выбранных для выполнения разворота. Так, для набора ДО MRn2c1\_SM11  $N_{ДО} = 10$ . Всего для задач ориентации МКС доступен выбор 32 РД СМ, а также РД пристыкованных транспортных кораблей и модулей РС МКС;

$[\mathbf{u}]$  — вектор управляющих сигналов с компонентами  $u_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N_{ДО}$ ;  $E(u_k) = \{0, 1\}$ , т. е. сигналы  $u_k$  принимают дискретные значения ноль (двигатель выключен), либо единица (двигатель включен);

$[\mathbf{q}](t)$  — вектор обобщенных координат, описывающих упругие колебания конструкции МКС во время разворота. Размерность  $N_{mod}$  вектора  $[\mathbf{q}]$  равна числу упругих мод конечно-элементной модели конструкции, удерживаемых при решении задачи, обобщенные координаты безразмерны.

В общем виде задача оптимального управления разворотом МКС с использованием РД, учитывающая ограничения по нагрузкам на упругую конструкцию МКС, формулируется следующим образом.

Найти траекторию разворота  $\{ \mathbf{Qb}(t), \boldsymbol{\omega}(t), [\mathbf{q}](t) \}$  упругого тела и управление  $[\mathbf{u}](t)$ , которые:

- 1) доставляют минимум функционалу

$$J_{LIN} = \int_{t_0}^{t_F} ([\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{u}](t)) dt, \quad (1)$$

где  $[\mathbf{K}]$  — диагональная матрица  $N_{ДО} \times N_{ДО}$ , на диагонали которой стоят значения  $K_{jj}$  секундного расхода топлива для РД №  $j$ . Функционал  $J_{LIN}$  — суммарный расход топлива за время разворота;

2) осуществляют разворот МКС из начальной точки  $\{ \mathbf{Qb}_0, \boldsymbol{\omega}_0 \}$  в конечную точку  $\{ \mathbf{Qb}_F, \boldsymbol{\omega}_F \}$ :

$$\mathbf{Qb}(t_0) = \mathbf{Qb}_0, \boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}_0, \quad (2a)$$

$$\mathbf{Qb}(t_F) = \mathbf{Qb}_F, \boldsymbol{\omega}(t_F) = \boldsymbol{\omega}_F; \quad (2b)$$

3) удовлетворяют ограничениям

- длительности разворота

$$t_F \leq T_F \quad (3a)$$

в случае ОРМ АС  $T_F = 5500$  с;

- кинематическим уравнениям углового движения твердого тела

$$d(\mathbf{Qb}) / dt = 0,5 [\mathbf{Qbw} - \mathbf{w}_{orb}\mathbf{Qb}]; \quad (3b)$$

- динамическим уравнениям углового движения твердого тела

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} = (J)^{-1} \left\{ - \left( [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{h})] + \frac{d\mathbf{h}}{dt} \right) + \mathbf{T}_{GRAV} + \mathbf{T}_{AERO} + \mathbf{T}_{ДО} \right\}, \quad (4)$$

где момент сил гравитации

$$\mathbf{T}_{GRAV} = 3|\boldsymbol{\omega}_{orb}|^2 \cdot [\mathbf{r}_E \times (\mathbf{J} \cdot \mathbf{r}_E)] \quad (5)$$

( $\mathbf{r}_E$  — единичный вектор по направлению из центра Земли в ЦМ МКС);  $\mathbf{T}_{AERO}$  — момент сил воздействия набегающего потока атмосферы, полагаем  $\mathbf{T}_{AERO} = 0$ ;  $\mathbf{T}_{ДО}$  — управляющий момент сил, создаваемый включениями РД

$$\mathbf{T}_{ДО} = \mathbf{B}_U \cdot [\mathbf{u}] \quad (6)$$

( $\mathbf{B}_U$  — матрица размером  $3 \times N_{ДО}$  управлений по твердому телу);

- уравнениям упругих колебаний конструкции МКС

$$\frac{d^2[\mathbf{q}]}{dt^2} + \mathbf{C} \cdot \frac{d[\mathbf{q}]}{dt} + \mathbf{\Lambda} \cdot [\mathbf{q}] = [\boldsymbol{\Theta}], \quad (7)$$

где  $\mathbf{C}$  — диагональная  $N_{MOD} \times N_{MOD}$  матрица упругого демпфирования, с элементами

$$c_{jj} = 2^* \zeta_{jj}^* \omega_j \quad (8a)$$

( $\zeta_j$  — демпфирование моды №  $j$ ;  $\omega_j$  — собственная круговая частота моды №  $j$ );

$\mathbf{\Lambda}$  — диагональная  $N_{MOD} \times N_{MOD}$  матрица с элементами

$$\lambda_{jj} = \omega_j \cdot \omega_j; \quad (8b)$$

$$[\boldsymbol{\Theta}] = (\mathbf{B}_{flex\_U} \cdot [\mathbf{u}]) / m_j \quad (9)$$

— вектор  $N_{MOD} \times 1$  обобщенных ускорений ( $\mathbf{B}_{flex\_U}$  — матрица размером  $N_{MOD} \times N_{ДО}$  управлений по упругому телу, а  $m_j$  — обобщенная масса для моды упругих колебаний №  $j$ );

- фазовым ограничениям на кинематику движения твердого тела

$$\|\mathbf{Qb}\| = 1; \quad (10)$$

• фазовым ограничениям на упругие колебания, а именно ограничениям на предельно допустимые значения упругих нагрузок по критическим степеням свобод (DOF) в критических интерфейсах МКС. В каждом критическом интерфейсе конструкции МКС — шесть степеней свободы, соответствуют трем локальным силам и трем локальным моментам сил. Известно, что в данном интерфейсе конструкции МКС не по всем шести степеням свободы нагрузки могут быть критичны. Специалисты американской и российской групп определяют подмножество критических степеней свободы  $N_{\text{DOF}}$ . Тогда фазовые ограничения на предельно допустимые нагрузки записываются так

$$[\mathbf{LD}](t) \leq [\mathbf{LD}_{\text{lim}}], \quad (11a)$$

где  $[\mathbf{LD}](t)$  — вектор  $N_{\text{DOF}} \times 1$  текущих нагрузок. Компоненты этого вектора — силы или моменты сил:

$$[\mathbf{LD}](t) = \text{ATM} \cdot \frac{d^2[\mathbf{q}](t)}{dt^2} + \text{VTM} \cdot \frac{d[\mathbf{q}](t)}{dt} + \text{DTM} \cdot [\mathbf{q}] \quad (11b)$$

(ATM, VTM и DTM — матрицы преобразований упругих ускорений, скоростей и смещений к нагрузкам соответственно). Размер этих трех матриц  $N_{\text{DOF}} \times N_{\text{MOD}}$ .

Дадим следующее определение: «Упругая модель МКС для решения задач СУДН в модальном представлении» — это совокупность следующих данных:

- число  $N_{\text{MOD}}$  удерживаемых мод упругих колебаний, диапазон собственных частот, а также число  $N_{\text{DOF}}$  критических степеней свободы;
- $N_{\text{MOD}}$  собственных частот упругих колебаний конструкции  $\omega_j$ ;
- $N_{\text{MOD}}$  значений модального демпфирования  $\zeta_j$ ;
- $6N_{\text{MOD}} \cdot N_{\text{DO}}$  значений форм упругих колебаний конструкции в местах установки исполнительных органов, в данном случае — только РД ОДУ МКС;
- $6N_{\text{MOD}} \cdot N_{\text{SENS}}$  значений форм упругих колебаний конструкции в местах установки датчиков систем управления СУДН СМ и GN&C АС, в настоящей работе  $N_{\text{SENS}} = 2$ .

Совокупность перечисленных параметров составляет матрицу форм упругих колебаний. Здесь матрица специально не определяется, но эти формы, т. е. векторы из шести компонент, необходимы для вычисления матрицы  $\mathbf{V}_{\text{flex}_U}$  управлений для упругого тела (9), а также для моделирования сигналов датчиков систем управления;

- три матрицы размером  $N_{\text{DOF}} \times N_{\text{MOD}}$  для вычисления упругих нагрузок по критическим степеням свободы;
- все перечисленные параметры изменяются, если меняется состав МКС или ее геометрия, что происходит при вращении приводов солнечных батарей АС.

Они вычисляются путем обработки конечно-элементной модели МКС с помощью сертифицированных расчетных пакетов. Модели, предоставляемые для решения описываемых задач, были вычислены группой нагрузок НАСА (ISS Load and Dynamics Team или группа L&D) с помощью пакета НАСТРАН;

- $N_{\text{DOF}} \times 1$  вектор предельно допустимых нагрузок по критическим степеням свободы. В отличие от остальных компонент «Упругой модели МКС...» этот вектор — вектор-константа.

**Допущения и исходные данные.** Задача оптимального управления, поставленная ранее, имеет ряд особенностей. Во-первых, уравнения движения твердого тела (3) и (4) обладают существенными нелинейностями. Это, в частности, приводит к тому, что при развороте МКС по первому способу, т. е. по плоской траектории вокруг вектора конечного поворота, системе управления приходится парировать моменты внешних сил и моменты сил инерции МКС, что приводит к повышенному расходу топлива и числа включений РД и других ресурсов МКС. Естественно ожидать, что при длительном времени разворота (1...1,5 ч) оптимальное угловое движение и соответствующее управление будут таковы, что внешние силы и силы инерции будут максимально использованы для движения МКС в требуемую сторону. Это предполагает при использовании РД в качестве ИО наличие в оптимальном решении длительных участков неуправляемого движения под действием только внешних сил и сил инерции.

Вторая особенность данной задачи оптимального управления состоит в том, что при длительности разворота 1...1,5 ч характерные величины  $|\omega|$  скорости МКС близки к скорости  $|\omega_{o.o}|$  движения ЦМ МКС по околоземной орбите, и в такой ситуации полуаналитические методы малого параметра [1, 2] не применяются. Таким образом [3–5], можно сделать вывод, что поставленная задача РС ОРМ должна решаться численными методами.

Будем использовать следующие допущения в модели движения МКС как твердого тела.

1. Во время выполнения разворота система СГ АС ориентируется таким образом, что ее вектор кинетического момента  $h(t)$  постоянен относительно ИСК:  $h(t) = \text{const}$ . Как следствие, во время разворота управляющий момент сил, создаваемый системой СГ АС, равен нулю:  $dh(t)/dt = 0, t \in [t_0, t_F]$ .

2. Упростим вектор управляющих сигналов  $\{u\}$  в выражении (5). В настоящее время в алгоритмах СУДН СМ и процедурах управления ЦУП-М выбранные для текущего режима РД группируются по шести каналам управления:  $\pm$ Крен,  $\pm$ Рыскание,  $\pm$ Тангаж. Для лучшего приближения разрабатываемых алгоритмов к современной практике управления МКС, а также для сокращения размерности задачи в дальнейшем примем, что управление движением МКС осуществляется одновременным включением/выключением всей группы РД, входящих в канал управления.

Таким образом, запишем

$$N_{\text{ДО}} = \dim(\{u\}) = 6, E(u_k) = \{0, 1\}, k = 1-6.$$

Тем не менее, матрицы управления по твердому телу  $\mathbf{V}_U$  (5) и по упругому телу  $\mathbf{V}_{flex-U}$  (7) зависят от выбора РД для каналов управления.

3. Для проведения разворотов будем использовать набор РД MRn2c1\_SM1, использующий  $N_{RD} = 12$  различных РД МКС;

4. В работе рассматриваются два значения максимального времени  $T_F$ , разворота:  $T_F = 3880$  и  $5500$  с.

5. В настоящей работе объектом управления является одна из последних сборок МКС, в состав которой входят два ТК «Союз», состыкованных к узлам МИМ<sub>1</sub> и МИМ<sub>2</sub>, а также два ТГК «Прогресс», состыкованных к узлам АО СМ и СО<sub>1</sub>.

6. Метод решения задачи оптимального управления не накладывает ограничений на начальные  $\boldsymbol{\omega}_0$  и конечные  $\boldsymbol{\omega}_F$  значения угловой скорости МКС относительно ИСК J2000. Однако в целях сравнения с разворотами МКС ОРМ НАСА здесь принято, что и в начале и конце разворота скорость МКС относительно ОСК равна нулю, т. е.  $\boldsymbol{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega}_{orb}(t_0) = 0$ ,  $\boldsymbol{\omega}_F = \boldsymbol{\omega}_{orb}(t_F) = 0$ .

В качестве исходных упругих моделей МКС для поиска оптимального управления были предоставлены наборы данных для упругих мод, собственные частоты колебаний которых вошли в диапазон [0...10 Гц]. В настоящей работе была использована одна из ряда упругих моделей МКС, предоставленных группой динамики и нагрузок НАСА российской стороне, упругая модель  $\Phi_1$ , в составе МКС присутствует ТГК «Прогресс» на СО<sub>1</sub>:

- 1716 упругих мод с частотами от ~0,003 до 10 Гц;
- формы колебаний для 86 узлов установки РД МКС для шести стыковочных узлов МКС и двух узлов-мест расположения датчиков угловой скорости (ДУС);
- матрицы нагрузок для  $N_{DOF} = 77$  критических степеней свободы МКС.

В настоящей работе применен метод редукции упругой модели путем сортировки упругих мод по вычисленным коэффициентам усиления (modal gain coefficients, см. [6, 7]). Этот метод в зарубежной литературе называют *mgf*-метод. Вычисленные в соответствии с некоторым критерием *mgf*-коэффициенты нормируются на максимальный *mf*-коэффициент и выражаются в процентах, т. е. максимальный *mgf*-коэффициент равен 100 %. Удерживаются те упругие моды в количестве  $N_{m_F}$ , которые имеют *mgf*-коэффициентов не меньше, чем некоторое значение  $mgf_{min}$  (%). Редуцированная таким способом упругая модель в последствии именуется как «упругая модель  $mgf = mgf_{min}$ ». Данный метод хорош своей экономичностью, однако, как и подавляющее число других методов редукции, не учитывает профиль возбуждающей силы.

В работе на этапе подготовки ИД был реализован *mgf*-алгоритм редукции упругой модели по критерию сохранения полноты вектора нагрузок. Отметим, что результат редукции зависит от набора РД для выполнения разворота, от выбранного подмножества критических DOF и, разумеется, от упругой модели МКС.

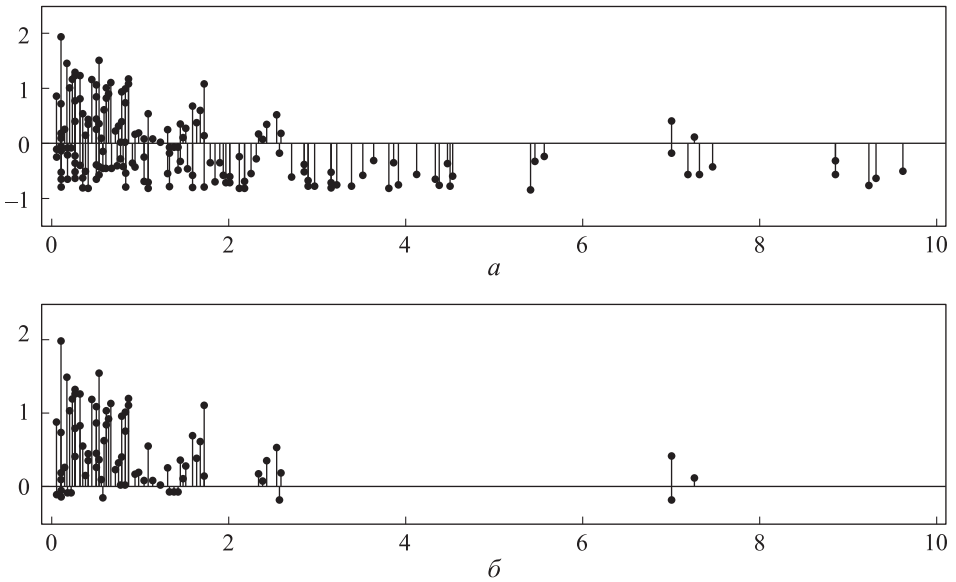


Специалисты группы GN&C НАСА проводят редукцию упругой модели МКС по значению  $mgf_{\min} = 1\%$ . В нашем случае использовались два варианта редукции для каждой упругой модели, удерживая  $N_{m\_F} = 100$  либо  $N_{m\_F} = 200$  упругих мод с максимальными значениями  $mgf$ . Таким образом, сформированы две редуцированные упругие модели:

$\Phi_{11}$  — 100 упругих мод модели № 1 с  $mgf \geq 0,69\%$ ;

$\Phi_{12}$  — 200 упругих мод модели № 1 с  $mgf \geq 0,16\%$ .

Спектральный состав моделей, полученных редукцией модели  $\Phi_1$  с использованием набора РД MRn2c1\_SM11, качественно приведен на рис. 1. По оси ординат графиков отображена функция  $\log_{10}(mgf)$ , по оси абсцисс — частота моды.



**Рис. 1.** Две упругие модели МКС, полученные редукцией модели  $\Phi_1$ :

*а* — модель  $\Phi_{12}$  ( $N_{m\_F} = 200$  упругих мод с  $mgf \geq 0,156\%$ ); *б* — модель  $\Phi_{11}$  ( $N_{m\_F} = 100$  упругих мод с  $mgf \geq 0,69\%$ )

Подробное описание значимых упругих мод с максимальными значениями  $mgf$  выходит за рамки настоящей работы. Отметим три моды, которые могут повлиять на работу контура управления СУДН СМ, если фильтр упругих колебаний в контуре СУДН СМ отключен: мода с частотой  $\sim 0,1$  Гц — основной тон колебаний корпуса сборки МКС; группа мод с частотами  $\sim 0,27$  Гц и группа мод с частотами  $\sim 0,54$  Гц.

Задача оптимального управления решается для шести характерных разворотов МКС. Напомним, что фазовыми переменными задачи являются:

- четыре компоненты собственного кватерниона  $\mathbf{Qb}$  разворота из ОСК к базовым осям СМ;
- три компоненты вектора  $\boldsymbol{\omega}$  угловой скорости СК СМ относительно ИСК J2000, спроектированный на оси СМ;

- $N_{m\_F}$  компонент вектора  $[q]_F$  обобщенных координат, описывающих упругие колебания редуцированной модели. В настоящей работе  $N_{m\_F} = 100$  либо 200;
- $N_{m\_F}$  компонент вектора  $d([q]_F) / dt$ ;
- продолжительность разворота  $t_F$ ;
- шесть компонент вектора  $[u]$  управления по каналам.

Начальные значения векторов  $[q]_0$  и  $d([q]_0) / dt$  здесь нулевые.

Начальные и конечные значения фазовых переменных  $Qb_0$ ,  $\omega_0$  и  $Qb_F$ ,  $\omega_F$ .

Далее используется два термина для описания положения МКС относительно ОСК: «ориентация ОСК» и «ориентация ТЕА» (Torque Equilibrium Attitude). При ориентации ОСК оси ССК СМ совпадают с осями ОСК. При ориентации ТЕА сумма моментов сил гравитации и аэродинамики, действующих на МКС, равна нулю.

Начальные  $Qb_0$ ,  $\omega_0$  и конечные  $Qb_F$ ,  $\omega_F$  фазовых переменных для шести исследованных разворотов таковы.

Разворот М1 — разворот из ориентации ТЕА в ориентацию ОСК, причем исходная ТЕА весьма близка к ориентации ОСК-1, которая получается после поворота МКС из ориентации ОСК на  $180^\circ$  вокруг оси  $Y_{CM}$ . Именно такие развороты выполняются под управлением АС методом ОРМ НАСА. Для разворота № 1:

$$Qb_0 = [-0,052220 + 0,020316 + 0,998420 + 0,004177], \omega_0, \text{ }^\circ/c = (-0,00676, -0,0004, 0,06463),$$

$$Qb_F = [1,0 \ 0,0 \ 0,0 \ 0,0], \omega_F, \text{ }^\circ/c = (0,0, 0,0, 0,06497).$$

Разворот М2 — обратный разворот из ориентации ОСК в ориентацию ТЕА.

Разворот М3 — разворот из ориентации ОСК-1 в ориентацию, которая получается вращением ОСК на угол  $-90^\circ$  вокруг оси  $Z_{CM}$ . Ось Эйлера этого поворота имеет в ОСК координаты:  $(-1, +1, 0)^T$ , угол конечного поворота равен  $180^\circ$ . Для разворота № 3:

$$Qb_0 = [0,0 \ 0,0 \ +1,0 \ 0,0], \omega_0, \text{ }^\circ/c = (0,0, 0,0, 0,06497)^T,$$

$$Qb_F = [0,7071, 0,0, 0,0, -0,7071], \omega_F, \text{ }^\circ/c = (0,0, 0,0, -0,06497)^T.$$

Разворот М4 — разворот, обратный развороту М3:

$$Qb_0 = [0,7071, 0,0, 0,0, -0,7071], \omega_0, \text{ }^\circ/c = (0,0, 0,0, -0,06497)^T,$$

$$Qb_F = [0,0 \ 0,0 \ +1,0 \ 0,0], \omega_F, \text{ }^\circ/c = (0,0, 0,0, 0,06497)^T.$$

Разворот М5 — разворот из ориентации ТЕА, близкой к ОСК-1, в ориентацию, при которой ось  $Y_{CM}$  направлена вдоль радиуса-вектора из центра Земли в ЦМ МКС, ось  $Z_{CM}$  направлена вдоль вектора кинетического момента движения ЦМ МКС по околоземной орбите, ось  $X_{CM}$  дополняет тройку до правой и в случае круговой орбиты направлена против вектора линейной скорости ЦМ МКС. Ось Эйлера этого поворота имеет в ОСК координаты  $(0, 0, 1)^T$ , угол конечного поворота равен  $90^\circ$ . Для разворота № 5:

$$Qb_0 = [-0,052220 + 0,020316 + 0,998420 + 0,004177], \omega_0, \text{ }^\circ/c = (-0,00676, -0,0004, 0,06463)^T,$$

$$\mathbf{Qb}_F = [0,0, -0,7071, 0,0, 0,7071], \omega_F, \text{ }^\circ/\text{с} = (0,0, 0,0, 0,06497)^\top.$$

Разворот М6 — разворот обратный развороту М5:

$$\mathbf{Qb}_0 = [0,0, -0,7071, 0,0, 0,7071], \omega_0, \text{ }^\circ/\text{с} = (0,0, 0,0, 0,06497)^\top,$$

$$\mathbf{Qb}_F = [-0,052220 \quad +0,020316 \quad +0,998420 \quad +0,004177], \omega_F, \text{ }^\circ/\text{с} = (-0,00676, -0,0004, 0,06463)^\top.$$

**Методы решения задачи.** Поставленные задачи оптимального управления решались так называемыми прямыми методами, не использующими принцип максимума Понтрягина, сложности применения которого в рассматриваемом контексте хорошо известны (см., например, [7, 8]). При таком методе задача естественным образом разбивается на несколько составных частей:

- построение численно устойчивой и вычислительно эффективной модели движения твердого тела при произвольном фиксированном сценарии управления и заданных начальных граничных условиях;
- введение эффективного параметрического представления множества допустимых функций управления;
- формулировка оптимизационной задачи и эффективный учет ограничений на амплитуды упругих колебаний;
- исследование свойств результирующей оптимизационной задачи, выбор наиболее эффективного алгоритма решения и нахождение оптимального сценария управления.

Как отмечалось ранее, для решения всех перечисленных задач использовались методики и алгоритмы разработки ООО «ДАТАДВАНС».

*Численная модель движения твердого тела.* Движение твердого тела подчиняется уравнениям Эйлера, численному решению которых посвящена обширная литература (см., например, [9]). Однако применение прямых (оптимизационных) методов, в которых уравнения движения интегрируются на каждой итерации, требует рассмотрения максимально эффективных алгоритмов, которые, по возможности, автоматически удовлетворяют максимально большому числу ограничений. Для рассматриваемой задачи наиболее эффективными являются специализированные методы интегрирования на группах Ли (см., например, [10, 11]), которые для уравнений Эйлера с внешними моментами сил применяются в рамках так называемых схем расщепления (краткое введение в предмет можно найти в [12]): интегрирование динамических уравнений для обобщенных координат и импульсов соответствующей гамильтоновой системы расщепляется на последовательность элементарных временных шагов, в которых изменение координат диктуется свободными уравнениями Эйлера, а изменение импульсов определяется внешними моментами ([13, 14]). Применение схем расщепления высокого (четвертого) порядка совместно с соответствующими высокоточными схемами интегрирования свободных уравнений Эйлера ([15, 16]) позволяет использовать большие временные шаги интегрирования и существенно сократить вычислительную стоимость расчетов. Важно отметить, что при этом часть ограничений задачи выполняется автоматически.

*Параметризация допустимых функций управления.* Переменными оптимизации в рассматриваемой дискретно-импульсной задаче являются моменты включения и длительности управляющих сигналов в каждом канале управления. Опытным путем было установлено, что наиболее эффективным способом параметризации циклограмм включения РД является следующая процедура.

1. Редукция размерности вектора управления до трех за счет расширения множества принимаемых значений. А именно, каждая компонента вектора управления описывает циклограмму в отдельном канале (Крен, Рыскание, Тангаж), при этом допустимыми значениями (на примере канала Крен) являются: +1 — включен +Крен, -1 — включен -Крен, 0 — отсутствие управляющего сигнала в +/-Крен каналах (и аналогично для остальных каналов управления). Такая параметризация исключительно удобна, так как она автоматически учитывает невозможность одновременного включения управления в +Крен и -Крен каналах.

2. Циклограмма в каждом канале описывается последовательностью троек чисел

$$(\tau_+, \tau_-, \tau_0)_i, \quad i = 0, \dots, N,$$

где неотрицательные параметры  $\tau_+$ ,  $\tau_-$ ,  $\tau_0$  являются длительностями включения +1, -1 и 0 сигналов управления. Важно, что каждый из этих параметров может принимать нулевое значение, в частности за счет этого остается не фиксированным число включений управляющих сигналов (оно лишь ограничено сверху заранее выбранным числом  $N$ ). Это позволяет полностью избавиться от целочисленных переменных и существенно упростить постановку оптимизационной задачи.

*Формулировка оптимизационной задачи и учет предельно допустимых нагрузок.* Общий вид решаемой оптимизационной задачи приведен ранее. Здесь обсуждаются некоторые ее особенности, связанные, в частности, с введенной параметризацией функций управления. В терминах длительностей включения управляющих сигналов целевая функция является линейной по оптимизируемым переменным. Условия на начальную точку разворота удовлетворяются тождественно, так как они определяют граничные условия для интегрирования динамических уравнений. Условия на конечную точку разворота остаются функциональными ограничениями оптимизационной задачи, но при этом важно отметить, что кватернионное описание ориентации определено с точностью до знака, поэтому соответствующее ограничение должно быть написано в виде произведения  $3 \times 3$  матриц. Ограничение на длительность разворота является линейной функцией длительностей включения, условие нормировки кватерниона ориентации выполняется тождественно.

Ограничения на предельно допустимые нагрузки в критических интерфейсах требуют отдельного обсуждения. Несмотря на то, что сам по себе расчет соответствующих амплитуд не вызывает трудностей, прямой учет ограничений (11) крайне затруднен: неравенства (11) должны учитываться при всех време-

нах, что радикально меняет класс и сложность решаемой задачи. К счастью, указанного осложнения можно избежать и учесть ограничения приближенно, если воспользоваться относительной малостью возмущения в правой части уравнения (8). А именно, в рамках рассматриваемой дискретно-импульсной постановки задачи правая часть (8) является кусочно-постоянной функцией. Предполагая, что частоты переключения сигналов управления далеки от резонансных частот упругих мод, легко оценить характерные значения обобщенных координат и прийти к заключению, что неравенства (11) выполнены с большим запасом для всех доступных ИД: консервативная оценка максимально возможного значения отношений соответствующих компонент векторов  $LD$  и  $LD_{lim}$  не превышает 0,1. Таким образом, вдали от резонансных частот ни одно из фазовых ограничений (11) не может быть активно. В свою очередь, резонансные частоты внешних воздействий проявляют себя в резком возрастании энергии упругих мод со временем, величину которой достаточно оценить в узлах временной сетки. Следовательно, параметрическая малость возмущающих сил позволяет избавиться от фазовых ограничений (11) и рассмотреть вместо этого ограничения на энергию упругих мод в конечном числе временных точек (узлах временной сетки). На практике эти ограничения учитывались методом штрафов, что полностью оправдало себя *a posteriori*: на всех без исключения полученных оптимальных решениях ни одно ограничение на амплитуды упругих колебаний не являлось активным, более того, все они были выполнены с большим запасом.

*Численные особенности оптимизационной задачи и выбор алгоритма решения.* Рассматриваемая оптимизационная задача, таким образом, является однокритериальной оптимизационной задачей с относительно небольшим (~10) числом ограничений, большая часть из которых является ограничениями-равенствами, и относительно небольшим (несколько десятков) числом действительнозначных переменных. Сложность задачи связана с необходимостью численного интегрирования динамических уравнений. Поэтому прямое применение эффективных градиентных методов оказывается невозможным, так как аналитические производные функций-ограничений недоступны. Тем не менее, используя методологию решения сопряженных задач (adjoint methods, см., например, [17]), возможно получить процедуру численно стабильной оценки производных, которая не требует дополнительного интегрирования динамических уравнений. Таким образом, становится возможным применение методов последовательного квадратичного программирования (ПКП), которые и использовались в настоящей работе. Важно отметить, что решаемая задача не является выпуклой и обладает множеством (хотя и небольшим) локально-оптимальных решений. В этих условиях нахождение глобально оптимального решения выполнялось двухэтапным алгоритмом: на первой стадии локально оптимальные решения устанавливались приближенно с помощью методов на основе построения мета-моделей (см. обзор [18]), а затем каждое из решений доводилось до локальной оптимальности с помощью ПКП-методов. Результа-

рующее множество решений во всех случаях оказывалось небольшим и отбор глобально оптимальных управлений не представлял сложности.

**Результаты решения задачи поиска оптимальных разворотов МКС.** Сравнение оптимальных разворотов ОРМ РС с другими способами управления разворотами МКС. С помощью методов и алгоритмов, приведенных ранее, была решена задача ОРМ РС и получены оптимальные циклограммы включений РД ОДУ МКС для шести разворотов МКС. Сопоставим параметры расхода ресурсов МКС, в первую очередь, расход рабочего тела (РТ) и число включений РД МКС и сравним три способа выполнения разворотов МКС.

*Разворот под управлением АС по опорной траектории ОРМ НАСА*, которая отслеживается в режиме USTO. Исследования НАСА показали, что включения РД по циклограмме режима USTO удовлетворяют ограничениям по предельно допустимым нагрузкам (ПДН) на конструкцию МКС. На сегодняшний день выполнено несколько десятков разворотов МКС типов  $M_1$  и  $M_2$ , параметры для сравнения были получены путем анализа телеметрической информации (ТМИ) с борта МКС.

*Разворот под управлением РС с использованием текущей версии ПО СУДН СМ*, включающей ограничения Pulse-Train РТС02 на командные сигналы РС. В этом случае характерные параметры получены численным моделированием на комплексе МКС-МА.

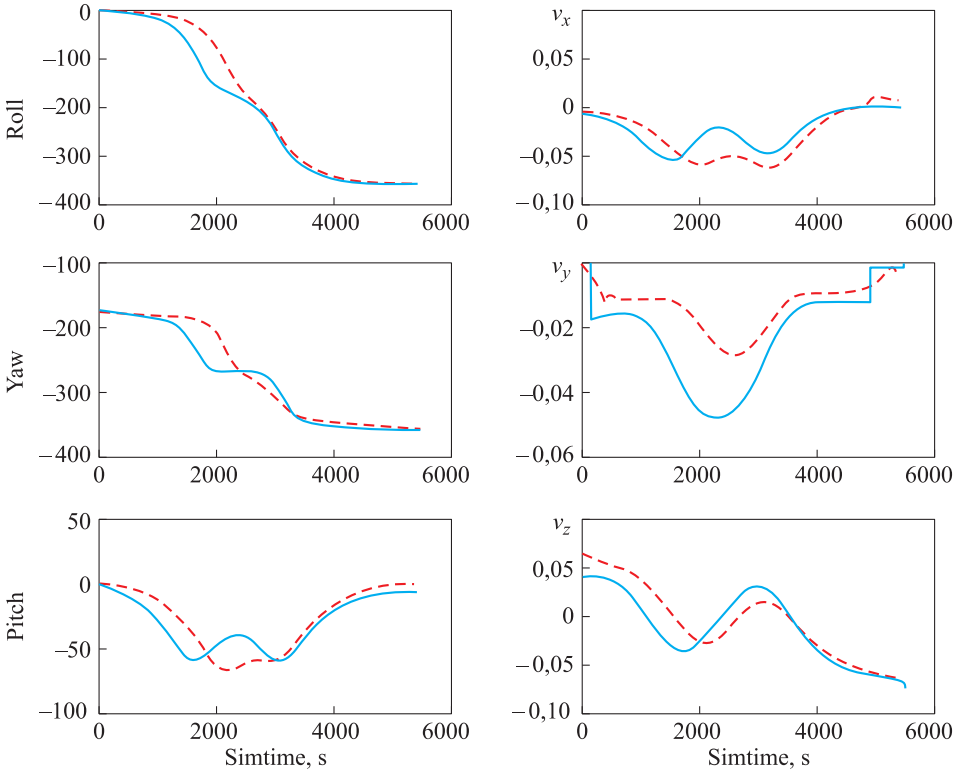
*Разворот с использованием оптимальной циклограммы включений РД*, полученной в результате решения задачи ОРМ РС СУДН СМ. В этом случае характерные параметры также получены численным моделированием на комплексе МКС-МА.

В таблице приведены характерные параметры для трех способов выполнения разворотов МКС.

**Параметры выполнения разворотов МКС**

Разворот	Тип управления	Длительность, с	Число включений РД	Расход топлива, кг
$M_1$ и $M_2$ , на $180^\circ$ вокруг $Y_{CM}$	US ОРМ + USTO	5500	~250	10–12
$M_1$ и $M_2$	ПО СУДН СМ + РТС02	5500	2100	80
$M_1$ и $M_2$	ОРМ РС	5500	5	2,0
$M_1$ и $M_2$	ПО СУДН СМ + РТС02	3880	2100	80
$M_1$ и $M_2$	ОРМ РС	3880	7	4,0
$M_3$ и $M_4$ , «Косой» на $180^\circ$	ПО СУДН СМ + РТС02	3880	1250	58
$M_3$ и $M_4$	ОРМ РС	3880	7	8,7
$M_5$ и $M_6$ , на $90^\circ$ вокруг $Z_{CM}$	ПО СУДН СМ + РТС02	3880	540	17
$M_5$ и $M_6$	ОРМ РС	3880	5	1,0

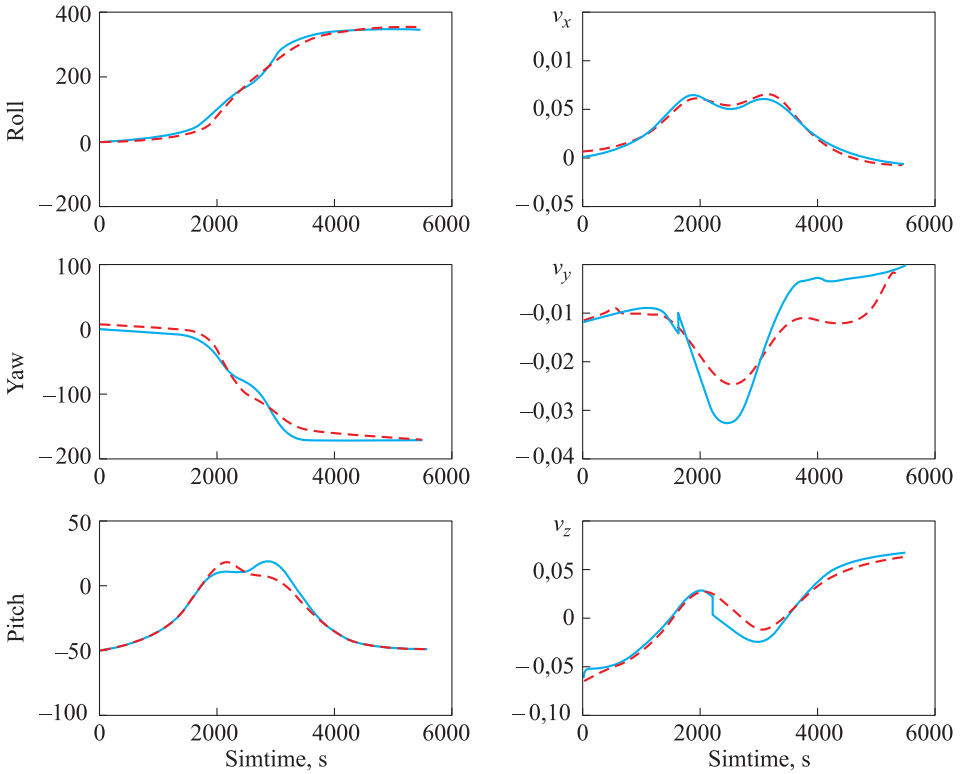
Данные, приведенные в таблице, демонстрируют большое преимущество оптимального управления, найденного как решение задачи оптимального управления ОРМ РС. На рис. 2 приведено сравнение угловых параметров траектории оптимального разворота  $M_1$  и опорной траектории АС ОРМ для того же разворота, рассчитанной субподрядчиком НАСА фирмой Charles Stark Draper Laboratories.



**Рис. 2.** Сравнение оптимальной траектории разворота  $M_1$  ОРМ РС (голубые линии) и оптимальной траектории того же разворота АС ОРМ (красные штриховые линии); слева — углы поворотов из ОСК в текущее положение МКС в последовательности Y–P–R (Yaw–Pitch–Roll), т. е. Рыскание–Тангаж–Крен в градусах; справа — угловые скорости МКС относительно ИСК, спроектированные на оси СМ,  $^{\circ}/\text{с}$

Анализ приведенных параметров показывает, что траектории в угловых параметрах довольно похожи. Отметим, что оптимальное движение под воздействием сил гравитации и гироскопических сил — это переворот вокруг оси  $X_{\text{СМ}}$  на  $360^{\circ}$  в комбинации с поворотом вокруг оси  $Y_{\text{СМ}}$  на  $\sim 180^{\circ}$  и отклонением вокруг  $Z_{\text{СМ}}$  на  $\sim 50^{\circ}$  с последующим возвратом. Различия в графиках угловых скоростей более значительны, так как в оптимальном решении ОРМ РС заметны скачки скорости в моменты включения РД, а в опорной траектории ОРМ НАСА этого нет, поскольку она рассчитывалась в предположении, что управление осуществляется гладко меняющимся кинетическим моментом МКС.

Аналогично выглядит сравнение параметров траекторий ОРМ РС и АС ОРМ для разворота  $M_2$ , графики которых приведены на рис. 3.



**Рис. 3.** Сравнение оптимальной траектории разворота  $M_1$  ОРМ РС (голубые линии) и оптимальной траектории того же разворота АС ОРМ (красные штриховые линии)

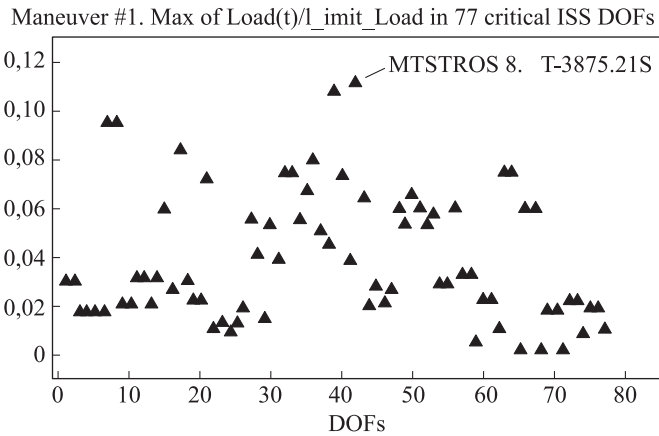
На рис. 2 и 3 приведены параметры вращения МКС как твердого тела. В процессе синтеза оптимального управления и в процессе верификации полученного решения неоднократно вычисляется также упругое движение МКС и создаваемые при этом нагрузки на ее конструкцию. Параметры, характеризующие упругое движение конструкции МКС при моделировании оптимального разворота  $M_1$  продолжительностью 3880 с, показаны на рис. 4. На оси абсцисс приведены порядковые номера степеней свободы, на оси ординат — максимумы отношения текущей нагрузки к предельно допустимой нагрузке на всем интервале разворота (%).

Моделирование, проведенное с учетом 1716 упругих мод в диапазоне 0...10 Гц (модель  $\Phi_1$ ), показало, что максимальное отношение текущей нагрузки к предельно допустимой наблюдалось в изгибающем моменте подкоса крепления сегмента горизонтальной фермы АС к модулю Lab, в момент 3875,2 с (см. рис. 4).

Этот максимум не превысил 11 %, а приемлемым значением является 75 %.

Аналогичные максимумы для всех вариантов ОРМ РС, приведенных в таблице, не превысили 12 % по результатам моделирования с использованием полных упругих моделей.





**Рис. 4.** Моделирование разворота  $M_1$  длительностью 3880 с. Максимальные упругие нагрузки по критическим степеням свободы конструкции МКС

*Возможности применения ОРМ РС в программе полета МКС.* Ранее было показано, что оптимальные траектории разворота МКС и циклограммы работы РД, полученные решением задачи ОРМ РС, дают большую экономию топлива, ресурса РД МКС, а также и ресурса по циклическим нагрузкам на конструкцию МКС, поскольку сильно уменьшается количество импульсов, возбуждающих упругие колебания конструкции. Кроме того, с большим запасом удовлетворяются ограничения на пиковые нагрузки конструкции МКС. Поэтому желательно внедрить алгоритмы ОРМ РС в состав СУДН РС, либо разработать процедуры использования решений ОРМ РС в практику управления МКС.

Алгоритм решения ОРМ РС генерирует как оптимальную циклограмму включений РД, так и оптимальную траекторию разворота. Можно либо обрабатывать циклограмму РД, либо отслеживать оптимальную траекторию, как это уже делают коллеги из НАСА, либо комбинировать оба эти способа. Отметим, что отслеживание траектории, либо комбинация отработки циклограммы и отслеживания траектории требуют модификации текущей версии ПО СУДН СМ, в то время как отработка оптимальной циклограммы работы РД этого не требует. Однако при выполнении разворота по фиксированной оптимальной циклограмме работы РД следует учесть следующее. В правой части дифференциальных уравнений (4) присутствуют функции, вычисляющие моменты сил гравитации и аэродинамики. Невозможно точно предсказать параметры атмосферы и действительный характер ее взаимодействия с поверхностью МКС. Инерционные характеристики МКС известны с определенными погрешностями, и кроме того, они меняются в ходе разворота за счет движения поворотных элементов. Поэтому при реализации разработанного способа на борту МКС неизбежно появление накапливающейся ошибки, и чем продолжительнее разворот, тем больше будет ошибка. Поэтому на завершающей стадии разворота возможны дополнительные включения РД для компенсации ошибки.

**Заключение.** Решена задача оптимального по расходу топлива разворота с учетом ограничений по нагрузкам на конструкцию МКС.

Специалисты ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» и ООО «ДАТАДВАНС» разработали процедуру решения задачи оптимального управления ОРМ РС. Результаты численного моделирования демонстрируют значительные преимущества управления разворотами МКС способом ОРМ РС по сравнению со способами управления, которые применяются в настоящее время.

Для подтверждения результатов исследований планируется проведение космического эксперимента «МКС-Разворот», в ходе которого будут выполнены несколько разворотов в рамках программы полета МКС, использующих рассчитанные на Земле циклограммы ОРМ РС.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черноушко Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.
2. Акуленко Л.Д., Черноушко Ф.Л. Метод осреднения в задачах оптимального управления // ЖВМ и МФ. 1975. Т. 15. № 4. С. 869–882.
3. Bedrossian N., Bhatt S., Kang W., Ross M. Zero-propellant maneuver guidance // IEEE Control Systems. 2009. Vol. 29. No. 5. P. 53–73. DOI: 10.1109/MCS. 2009. 934089 URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5256357>
4. Bhatt S. Optimal reorientation of spacecraft using only control moment gyroscopes. Master Thesis. Dept of Computational & Applied Mathematics, Rice Univ. 2007. 110 p.
5. Bhatt S., Bedrossian N., Nguyen L. Optimal propellant maneuver flight demonstrations on ISS // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conf. 2013. DOI: 10.2514/6.2013-5027 URL: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2013-5027>
6. Jiann-Woei Jang. Multivariable flex model reduction // AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference. 2003. 11 p.
7. Antoulos A.C. Approximation of large-scale dynamics system. SIAM, 2009. 463 p.
8. Hartl R.F., Sethi S.P., Vickson R.G. A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints // SIAM Review. 1995. Vol. 37. No. 2. P. 181–218.
9. Betts J.T. Survey of numerical methods for trajectory optimization // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1998. Vol. 21. No. 2. P. 193–207. DOI: 10.2514/2.4231 URL: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/2.4231>
10. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes: the art of scientific computing (3d edition). Cambridge University Press, 2007. 1235 p.
11. Celledoni E., Marthinsen H., Owren B. An introduction to Lie group integrators — basics, new developments and applications // Journal of Computational Physics. 2014. Vol. 257-B. P. 1040–1061.
12. Betsch P., Siebert R. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration // Int. J. Numer. Meth. Engng. 2009. Vol. 79. No. 4. P. 444–473. DOI: 10.1002/nme.2586 URL: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.2586/abstract>
13. Vilmart G. Rigid body dynamics // Encyclopedia of applied and computational mathematics. Springer, 2013. P. 1268–1276.
14. Forest E., Ruth R.D. Fourth-order symplectic integration // Physica D: Nonlinear Phenomena. 1990. Vol. 43. No. 1. P. 105–117.

15. *Yoshida H.* Construction of higher order symplectic integrators // *Physics Letters A.* 1990. Vol. 150. No. 5-7. P. 262–268.
16. *Moser J., Veselov A.P.* Discrete versions of some classical integrable systems and factorization of matrix polynomials // *Comm. Math. Phys.* 1991. Vol. 139. No. 2. P. 217–243.  
URL: <https://projecteuclid.org/euclid.cmp/1104203302>
17. *Hairer E., Vilmart G.* Preprocessed discrete Moser — Veselov algorithm for the full dynamics of a rigid body // *Journal of Physics A: Mathematical and General.* Vol. 39. No. 42. P. 13225.
18. *Giles M.B., Pierce N.A.* An introduction to the adjoint approach to design // *Flow, Turbulence and Combustion.* 2000. Vol. 65. No. 3. P. 393–415.

**Атрошенко Сергей Николаевич** — ведущий инженер-математик ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» (Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4а).

**Платонов Валерий Николаевич** — начальник отдела ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королёва» (Российская Федерация, 141070, Московская обл., г. Королёв, ул. Ленина, д. 4а).

**Губарев Фёдор Васильевич** — начальник отдела прикладных исследований ООО «ДАТАДВАНС» (Российская Федерация, 117246, Москва, Научный проезд, д. 17).

**Саратов Антон Александрович** — инженер-расчетчик ООО «ДАТАДВАНС» (Российская Федерация, 117246, Москва, Научный проезд, д. 17).

**Просьба ссылаться на эту статью следующим образом:**

Атрошенко С.Н., Платонов В.Н., Губарев Ф.В., Саратов А.А. Оптимальный по расходу топлива алгоритм разворота МКС с помощью реактивных двигателей с учетом ограничений по нагрузкам на конструкцию // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение.* 2017. № 4. С. 118–138. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-4-118-138

**ALGORITHM OF ISS OPTIMAL PROPELLANT MANEUVER WITH PATH CONSTRAINTS IN ISS STRUCTURE LOADS**

**S.N. Atroshenkov<sup>1</sup>**  
**V.N. Platonov<sup>1</sup>**  
**F.V. Gubarev<sup>2</sup>**  
**A.A. Saratov<sup>2</sup>**

atroshenkov52@mail.ru  
valery.platonov@rsce.ru  
fedor.gubarev@datadadvance.net  
anton.saratov@datadadvance.net

<sup>1</sup> **S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Moscow Region, Russian Federation**

<sup>2</sup> **DATADVANCE, Moscow, Russian Federation**

**Abstract**

The Integrated Guidance, Navigation and Control (GN&C) system of ISS is composed of the Russian segment (RS) GN&C system (SUDN) and American segment (AS) GN&C. The ISS flight schedule prescribes regular ISS large-angle maneuvers, which might be executed with two different methods, both of which utilize RS thrusters and ensure allowed structural loads in ISS critical interfaces. In the first method maneuver is performed under RS control around Euler axis; specific constraints, developed by NASA and known as "Pulse-Train", are

**Keywords**

*Elastic oscillations of ISS structure, critical interfaces, limit loads, ISS thrusters, Optimal Propellant Maneuver (OPM), optimization algorithms*

imposed on command signals to ensure ISS structural integrity. Maneuver of the second type is conducted under AS control, and RS thrusters are activated via the procedure of CMG momentum desaturation. The maneuver trajectory is computed on the Earth as the solution of Optimal Propellant Maneuver (OPM) problem of rigid body rotation under the influence of gravitation and atmospheric forces and with smooth control. In this paper we present new ISS OPM algorithm, developed for RS GN&C, which solves optimal control problem of flexible body rotation under the influence of external forces and with pulse-like control signals. Specific path constraints on allowed structural loads in ISS critical interfaces are also taken into account. Reduced flexible model of ISS and optimal control problem formulation are developed by Rocket and Space Corporation Energia (RSCE). Modeling of elastic body dynamics and optimization problem solution are conducted by DATADVANCE and then verified by RSCE specialists using their own algorithms. Findings of the research show that in all relevant cases the proposed algorithm is twice fuel-efficient compared to existing methods and makes it possible to lower the required number of thrusters firings by order of magnitude

## REFERENCES

- [1] Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Sokolov B.N. Upravlenie kolebaniyami [Oscillations control]. Moscow, Nauka Publ., 1980. 383 p.
- [2] Akulenko L.D., Chernous'ko F.L. The averaging method in optimal control problems. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1975, vol. 15, no. 4, pp. 54–67.
- [3] Bedrossian N., Bhatt S., Kang W., Ross M. Zero-propellant maneuver guidance. *IEEE Control Systems*, 2009, vol. 29, no. 5, pp. 53–73. DOI: 10.1109/MCS.2009.934089  
Available at: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5256357>
- [4] Bhatt S. Optimal reorientation of spacecraft using only control moment gyroscopes. Master Thesis. Dept of Computational & Applied Mathematics, Rice Univ. 2007. 110 p.
- [5] Bhatt S., Bedrossian N., Nguyen L. Optimal propellant maneuver flight demonstrations on ISS. *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conf.*, 2013. DOI: 10.2514/6.2013-5027  
Available at: <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6.2013-5027>
- [6] Jiann-Woei Jang. Multivariable flex model reduction. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialists Conference*, 2003. 11 p.
- [7] Antoulous A.C. Approximation of large-scale dynamics system. SIAM, 2009. 463 p.
- [8] Hartl R.F., Sethi S.P., Vickson R.G. A survey of the maximum principles for optimal control problems with state constraints. *SIAM Review*, 1995, vol. 37, no. 2, pp. 181–218.
- [9] Betts J.T. Survey of numerical methods for trajectory optimization. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, vol. 21, no. 2, pp. 193–207. DOI: 10.2514/2.4231  
Available at: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/2.4231>
- [10] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes: the art of scientific computing (3d edition). Cambridge University Press, 2007. 1235 p.

- [11] Celledoni E., Marthinsen H., Owren B. An introduction to Lie group integrators — basics, new developments and applications. *Journal of Computational Physics*, 2014, vol. 257-B, pp. 1040–1061.
- [12] Betsch P., Siebert R. Rigid body dynamics in terms of quaternions: Hamiltonian formulation and conserving numerical integration. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2009, vol. 79, no. 4, pp. 444–473. DOI: 10.1002/nme.2586  
Available at: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/nme.2586/abstract>
- [13] Vilmart G. Rigid body dynamics. In: *Encyclopedia of applied and computational mathematics*. Springer, 2013, pp. 1268–1276.
- [14] Forest E., Ruth R.D. Fourth-order symplectic integration. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1990, vol. 43, no. 1, pp. 105–117.
- [15] Yoshida H. Construction of higher order symplectic integrators. *Physics Letters A*, 1990, vol. 150, no. 5-7, pp. 262–268.
- [16] Moser J., Veselov A.P. Discrete versions of some classical integrable systems and factorization of matrix polynomials. *Comm. Math. Phys.*, 1991, vol. 139, no. 2, pp. 217–243.  
Available at: <https://projecteuclid.org/euclid.cmp/1104203302>
- [17] Hairer E., Vilmart G. Preprocessed discrete Moser — Veselov algorithm for the full dynamics of a rigid body. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 39, no. 42, pp. 13225.
- [18] Giles M.B., Pierce N.A. An introduction to the adjoint approach to design. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2000, vol. 65, no. 3, pp. 393–415.

**Atroshenkov S.N.** — Leading Applied Mathematician, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (Lenina ul. 4a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation).

**Platonov V.N.** — Head of Department, S.P. Korolev Rocket and Space Corporation Energia (Lenina ul. 4a, Korolev, Moscow Region, 141070 Russian Federation).

**Gubarev F.V.** — Head of Applied Research Department, DATADVANCE (Nauchnyy proezd 17, Moscow, 117246 Russian Federation).

**Saratov A.A.** — Structural Analyst, DATADVANCE (Nauchnyy proezd 17, Moscow, 117246 Russian Federation).

**Please cite this article in English as:**

Atroshenkov S.N., Platonov V.N., Gubarev F.V., Saratov A.A. Algorithm of ISS Optimal Propellant Maneuver with Path Constraints in ISS Structure Loads. *Vestn. Mosk. Gos. Tekh. Univ. im. N.E. Baumana, Priborostr.* [Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng.], 2017, no. 4, pp. 118–138. DOI: 10.18698/0236-3933-2017-4-118-138